



به نام خالق مهربان

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۱

دی ماه ۱۳۹۱

مدت آزمون: ۱۵۰ دقیقه

۱. (۳۰ نمره) الف) نشان دهید مینیمم مطلق تابع $f(x) = 3x^{\ln x}$ بر بازه $(0, \infty)$ برابر ۳ است.

ب) تابع $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $F(x) = \int_1^x 3t^{\ln t} dt$ مفروض است. نشان دهید معادله $F(x) - x = 0$ حداکثر یک جواب دارد.

۲. (۲۰ نمره) مطلوب است محاسبه‌ی حد زیر:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\int_0^{\ln x} \frac{dt}{e^t - t}}{\sinh(x - 1)}$$

۳. (۳۰ نمره) انتگرال‌های زیر را حساب کنید

الف) $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

ب) $\int \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} + 1}$

۴. (۲۵ نمره) همگرایی یا واگرایی انتگرال ناسره‌ی $I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x}} dx$ را بررسی کنید.

۵. (۲۵ نمره) بسط مک‌لورن (بسط تیلور حول نقطه صفر) تابع $f(x) = \ln(1+x)$ را تعیین و بازه‌ی همگرایی سری توان حاصل را به دست آورید.

موفق باشید